



Wiskunde D

Voorstel programma 2007

3 april 2006

Colofon

De vernieuwingscommissie wiskunde (of commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs cTWO) richt zich op vernieuwingen in het wiskundeonderwijs in de tweede fase van havo en vwo. De voornaamste taak betreft het voorstellen van examenprogramma's per 2010 voor wiskunde A, B, C en D van havo en vwo. Op de korte termijn is de commissie betrokken bij de ontwikkelingen rond wiskunde C voor vwo en wiskunde D voor havo en vwo per 2007. Bovendien zal de commissie adviseren over doorlopende leerlijnen en didactische vernieuwingen.

cTWO bestaat uit Dirk Siersma (voorzitter), Paul Drijvers (secretaris), Roel van Asselt, Frits Beukers, Jan Blankespoor, Henk Broer, Swier Garst, Carel van de Giessen, Rainer Kaenders, Wim Kleijne, Marian Kollenveld, Mark Peletier, Anne van Streun, Chris Zaal.

Deze publicatie kwam tot stand in samenwerking met Michiel Doorman, Aad Goddijn en Jenneke Krüger.

<http://www.ctwo.nl/>

info@ctwo.nl

Postbus 9432

3506 GK Utrecht

3 april 2006

Wiskunde D, uitdagend en relevant

Per 2007 wordt de structuur van de profielen van de tweede fase van havo en vwo aangepast. Naast een stroomlijning van de aantallen studielasturen vindt er ook een herverkaveling van vakken plaats. Voor wiskunde staat een aantal ingrijpende wijzigingen op stapel. Wiskunde zal in de verschillende profielen op een aangepaste wijze gegeven worden. Nieuw naast wiskunde A en B zijn wiskunde C en wiskunde D. Wiskunde D, het profielkeuzevak binnen de profielen NT van havo en vwo, is het onderwerp van deze notitie. Overigens kunnen per 2010 meer inhoudelijke herzieningen plaatsvinden.

Wiskunde D is bedoeld als vak ter verdieping en verbreding van de wiskunde die de leerlingen in het profieldeel bestuderen. Het vak biedt kansen om actuele en vernieuwende ontwikkelingen in het wiskundeonderwijs aan de orde te stellen en samenwerking met het vervolgonderwijs vorm te geven. Trefwoorden voor wiskunde D zijn dan ook uitdaging, relevantie, actualiteit, contact met hoger onderwijs en raakvlak met andere exacte vakken. Wiskunde D zal samenhang binnen de wiskunde zichtbaar maken en kent meer diepgang en abstractie dan wiskunde B. Het vak heeft leerlingen veel te bieden:

- *Verbreiding*

Door wiskunde D te kiezen krijgen leerlingen een bredere kijk op wiskunde en ervaren ze de diversiteit binnen het vakgebied. Ook de toepassing van wiskunde in andere vakken en in beroepspraktijk draagt hieraan bij.

- *Verdieping*

Binnen wiskunde D wordt dieper ingegaan op fundamentele deelgebieden en hun toepassingen. Daardoor krijgt de leerling een beter beeld van wiskunde als zelfstandige discipline, maar ook als wetenschap die zich in samenhang met nieuwe perspectieven in andere vakgebieden ontwikkelt.

- *Voorbereiding*

Wiskunde D vormt een goede voorbereiding op een exacte of technische vervolgopleiding. De leerling ontwikkelt een groter repertoire aan wiskundige vaardigheden, komt in contact met het hoger onderwijs en zal in de vervolgopleiding van deze grotere voorkennis profiteren. De relatie met en de aansluiting bij het hoger onderwijs kenmerkt wiskunde D. Voor havo-leerlingen vergemakkelijkt wiskunde D de overgang naar vwo met wiskunde B.

- *Voorkeur*

Vanwege de keuzemogelijkheden biedt wiskunde D de ruimte voor scholen en voor leerlingen om hun voorkeuren te volgen. Eigen inkleuringen van het vak zijn tot op zekere hoogte mogelijk en worden aangemoedigd. Dit maakt het mogelijk een programma samen te stellen waarin wordt ingegaan op de wensen van de leerlingen. Docenten kunnen daardoor bovendien onderdelen opnemen waarin zij zich bekwaamd hebben.

Wiskunde D is dus een aantrekkelijk vak, zowel voor de leerling om te volgen als voor de docent om te geven. In deze notitie, die tot stand is gekomen na raadpleging van wiskundedocenten en andere betrokkenen, worden deze doelstellingen uitgewerkt en geconcretiseerd in een zeer globaal geformuleerd examenprogramma. Dit vormt het raamwerk waarbinnen scholen de vrijheid hebben het vak in te vullen. Daarnaast zullen docenten en scholen behoefte hebben aan voorbeeldinvullingen van wiskunde D. Deze notitie geeft dan ook concrete aangrijpingspunten die een start per 2007 mogelijk maken.

Randvoorwaarden en kader

Wiskunde D is een profielkeuzevak binnen het profiel NT van havo en vwo. Daarnaast kan het vak ook gekozen worden als vrij examenvak door leerlingen met wiskunde B, ook in het profiel NG. Ook is het denkbaar dat leerlingen van NT of NG met wiskunde B delen van wiskunde D – denk bijvoorbeeld aan statistiek en kansrekenen – opnemen in de vrije ruimte.

De volgende randvoorwaarden zijn voor wiskunde D van belang:

- Wiskunde D heeft in het vwo een omvang van 440 studielasturen en in het havo van 320 studielasturen.
- In zowel havo als vwo is wiskunde D een profielkeuzevak van het profiel NT naast informatica, biologie en het nieuwe bètavak Natuur, Leven en Technologie (NLT). De school bepaalt het aanbod van profielkeuzevakken. Leerlingen dienen als profielkeuzevak één van deze vier vakken van het profielkeuzeblok te kiezen.
- Voor alle vakken is besloten om de examenprogramma's per 2007 zo globaal te omschrijven, dat gedetailleerde aanwijzingen voor de toetsing verdwijnen en dat er ruimte is voor keuzes voor scholen. Omdat wiskunde D in elk geval voorlopig met een schoolexamen wordt afgesloten, kan de keuzevrijheid voor scholen eenvoudig worden gerealiseerd.
- Naar verwachting zal wiskunde D geen rol spelen bij de toelatingsvoorwaarden van het hoger onderwijs, al is het mogelijk dat onderdelen van wiskunde D gecompenseerd worden in de vervolgopleiding.

Daarnaast spelen de volgende punten een rol:

- Dit rapport geeft concept-examenprogramma's en enkele voorbeeldinvullingen; scholen kunnen van de voorbeeldinvullingen afwijken.
- Dit rapport richt zich op de jaren 2007 - 2009/2010. Deze vormen een overgangsfase naar een meer stabiele periode. De geschetste concept-examenprogramma's worden aangepast in de periode dat het vak werkendeweg wordt uitontwikkeld. Op grond van de opgedane ervaringen stelt de minister vervolgens een beproefd examenprogramma vast.
- Een punt van aandacht is de samenhang tussen wiskunde D en andere vakken en in het bijzonder met wiskunde B en het profielkeuzevak natuur, leven en technologie (NLT). Bijvoorbeeld kunnen modules van NLT met een voldoende wiskundegehalte ook fungeren als keuzeonderwerpen in wiskunde D. Denk bijvoorbeeld aan mathematische fysica, kunstmatige intelligentie en cryptografie en security. Andersom kan het domein Dynamische Modellen bij NLT worden ingepast. Dergelijke uitwisselingen bevorderen de samenhang en de financiële en organisatorische haalbaarheid; tevens ondersteunen ze het wiskundig en modelmatig denken.

Voor de periode 2007 - 2009/2010 geeft fig. 1 de kaders waarbinnen scholen het vak gestalte kunnen geven en die in het vervolg worden uitgewerkt. Hierin moeten 'overige onderwerpen' niet gelezen worden als keuzeonderwerpen; voor de invulling hiervan worden concrete voorstellen gedaan. Ten tweede zij nog vermeld dat deze globale kaders tot stand gekomen zijn na raadpleging van het hoger onderwijs en het voortgezet onderwijs middels veldraadplegingen.

Wiskunde D havo (320 sl)		Wiskunde D vwo (440 sl)	
Statistiek en kansrekenen	120	Statistiek en kansrekenen	160
Toegepaste analyse 2	80	Meetkunde	80
Overige onderwerpen	120	Dynamische modellen	80
		Overige onderwerpen	120

figuur 1. Kader voor wiskunde D havo en vwo

Gedurende de overgangperiode (lichtingen 2007 tot en met 2009 / 2010) kunnen scholen ook eigen invullingen ontwikkelen, bijvoorbeeld als onderdeel van experimenten voor het eindexamenprogramma van de lichter 2010. Wanneer deze binnen het geschetste globale kader vallen, is hiervoor geen toestemming nodig; wel wordt het aanbevolen om dergelijke initiatieven bij een landelijk meldpunt kenbaar te maken. Wanneer men zich buiten het kader begeeft, is toestemming nodig van het ministerie van OC&W.

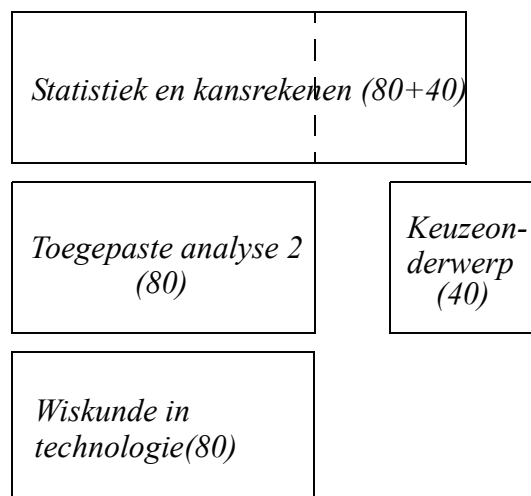
Wiskunde D havo

Wiskunde D biedt aan havo-leerlingen de gelegenheid om de dynamiek van het vak wiskunde te ervaren aan de hand van belangrijke toepassingen in de beroepspraktijk. De commissie cTWO stelt een programma voor met een kern rond toegepaste analyse en statistiek en kansrekening. Daarnaast kent het samenwerkingsmodel een domein waarin de toepassingen van wiskunde in technologie centraal staan. Het keuzeonderwerp biedt mogelijkheden voor verdere verbreding en verdieping en voor inspelen op actuele ontwikkelingen of nieuwe toepassingen.

Scholen kunnen het programma op twee verschillende manieren realiseren. De voorkeur van de commissie gaat uit naar het zogeheten samenwerkingsmodel, waarin samenwerking met het hoger onderwijs een structurele plaats heeft. Voor scholen die dit niet kunnen of willen realiseren, vormt het zogeheten schoolmodel een alternatief. De keuze voor één van deze twee modellen wordt op schoolniveau gemaakt. Voor beide standaardarrangementen zullen tijdig domeinbeschrijvingen en lesmateriaal beschikbaar komen.

Het samenwerkingsmodel

In fig. 2 staat de uitwerking van de standaardinvulling van wiskunde D voor het havo, het zogeheten *samenwerkingsmodel*. De hierin genoemde slu-aantallen geven de omvang van de verschillende domeinen globaal aan.



figuur 2. Wiskunde D havo samenwerkingsmodel

Statistiek en kansrekenen

Het domein Statistiek en kansrekenen is een standaardonderwerp voor een vak dat verdieping en verbreding in de wiskunde nastreeft. Voor NT-leerlingen is een kennismaking met dit domein zowel met het oog op de vervolgopleiding als op de algemene vorming relevant.

Het domein Statistiek en kansrekenen heeft een omvang van 120 slu, waardoor het volledige wiskunde A-programma (van 140 slu) kan worden behandeld. Vanwege de in wiskunde B opgebouwde vaardigheden moet 120 slu voor deze leerlingen voldoende zijn. De school kan dit domein dus realiseren door een gecombineerd aanbod van het volledige A-programma rond statistiek en kansrekening voor zowel wiskunde A- als wiskunde D-leerlingen.

Hoewel deze invulling voordelen heeft voor de organiseerbaarheid binnen de school, biedt ze geen mogelijkheden voor differentiatie tussen de A- en de D-leerling. Om die toch mogelijk te maken,

heeft de school de mogelijkheid (maar dus niet de plicht) om een deel van het domein (bijvoorbeeld met een omvang van 40 sluis) het karakter van een profielspecifieke verdieping te geven. Dit is gesymboliseerd door de stippellijn in fig. 2. Denk bijvoorbeeld aan het toepassen van statistische verwerkingsmethoden op data uit een technische context, al dan niet met statistische software, zodat een kruisbestuiving plaatsvindt tussen onderzoeksvaardigheden en ICT-vaardigheden. Ook is het mogelijk om meer aandacht te besteden aan de uitbreiding van het begrippenapparaat (toevalsvariabele, steekproeven, meetniveau's). Voorbeelden van dergelijke profielspecifieke verdiepingsdelen zullen worden ontwikkeld. Realisatie van deze profilering in de school vraagt wel om extra docententijd.

Overigens zal het domein Statistiek en kansrekenen ook interessant zijn voor NG-leerlingen met wiskunde B als profielkeuzevak; zij kunnen het domein in de vrije ruimte kiezen.

Toegepaste Analyse 2

Met het domein Toegepaste Analyse 2 beoogt de commissie cTWO een verdieping van het algoritmisch denken over functies en verbanden in de richting van onderzoek naar die verbanden, het leren van eenvoudige onderzoeksmethoden en het hanteren van ICT daarbij. In dit domein kan de verdieping in het experimenteren met de standaardfuncties uit het wiskunde B-programma plaatsvinden. Dit domein leent zich verder voor het verwerken van wiskunde B-stof in relevante toepassingen en kan bovendien een nieuw gezicht krijgen in wiskunde D voor 2010.

Het voorgestelde domein Toegepaste Analyse 2 wordt gedeeltelijk ingevuld met onderwerpen uit het huidige wiskunde B2-programma voor de havo. De subdomeinen uit wiskunde B1,2 die niet in wiskunde B terecht gekomen zijn kunnen hier aan bod komen. Toegepaste Analyse 2 kan worden uitgebreid met een extra subdomein over het onderzoeken van functies en tabellen met behulp van kennis over toenames, groeifactoren, periodiciteit en evenredigheden. Dit onderzoek geeft ook aanleiding tot de inzet van algebra bij het verklaren van gevonden patronen. Daarmee worden algebraïsche vaardigheden verder ontwikkeld. Daarnaast is ICT een hulpmiddel waarmee geëxperimenteerd wordt en dat gebruikt wordt op een manier die relevant is voor de vervolgopleidingen. Voor dit extra subdomein zal vanaf 2007 extra materiaal beschikbaar zijn.

Wiskunde in technologie

Het domein Wiskunde in technologie is nieuw. Het beoogt leerlingen zicht te geven op toepassingen van wiskunde in de (exacte) vervolgopleiding en beroep. Het is een praktijkgericht domein dat zicht geeft op de processen waarin het toepassen van wiskunde een rol speelt. Wiskunde in technologie wordt vormgegeven in nauwe samenwerking met instellingen voor hoger onderwijs, wat de term 'samenwerkingsmodel' verklaart. Een dergelijke samenwerking bevordert de doorlopende leerlijn van vo naar hbo en komt niet alleen de kwaliteit en actualiteit van de inhoud ten goede, maar heeft ook een positief effect op de doorstroming. Met het oog hierop zullen binnen hogescholen steunpunten wiskunde D worden ingesteld, die worden gefaciliteerd.

De invulling van dit domein wordt in overleg met de regionale HBO-instelling vastgesteld. Te denken valt aan een masterclass rond een voor deze doelgroep relevant onderwerp, die in samenwerking met de HBO-instelling wordt ontwikkeld en/of uitgevoerd. Een tweede component van dit domein kan een onderzoeksopdracht zijn die gericht is op de beroepspraktijk of deel uitmaakt van het programma van een vervolgopleiding. In het laatste geval ligt het voor de hand dat toekomstige studenten hiervoor tijdens de vervolgstudie worden gecompenseerd. Behalve met HBO-instellingen wordt ook samenwerking met het bedrijfsleven aanbevolen. Daarnaast is het wenselijk dat hogescholen modules aanbieden in een vorm die zich leent voor afstandsonderwijs.

Keuzeonderwerp

Het keuzeonderwerp heeft een wiskundig-inhoudelijke karakter. Het geeft scholen, docenten en leerlingen de mogelijkheid een eigen invulling voor wiskunde D te kiezen. Met die vrijheid kan worden ingespeeld op actuele ontwikkelingen in de wiskunde, in andere exacte vakken en in het

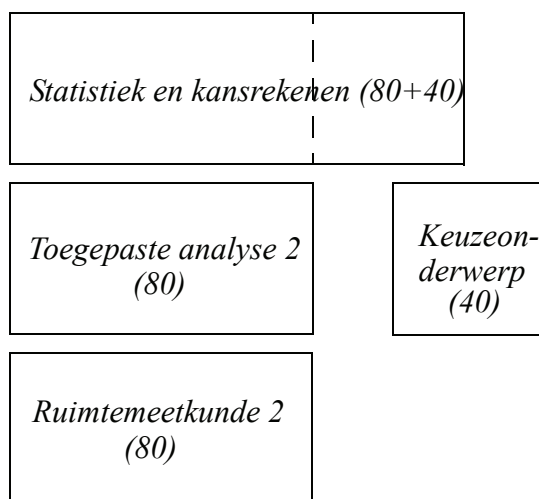
beroepsonderwijs. De onderwerpen kunnen aansluiten bij de vaste domeinen om zo voor extra verdieping te zorgen, maar kunnen ook nieuwe perspectieven naast het kernprogramma vormen. Onderwerpen, lesmateriaal en ervaringen zullen worden digitaal verzameld en verspreid. De populaire serie zebraboekjes kan worden uitgebreid en aangepast aan het havo.

Voorbeeldonderwerpen zijn complexe getallen, vectorrekening, numerieke methoden, priemgetallen en codering, perspectief, projectiemethoden en cartografie, domeinen uit NLT die een wiskundige component hebben, of cursusmateriaal dat door het hoger onderwijs is ontwikkeld. Twee onderwerpen worden in het bijzonder aanbevolen:

- *Ruimtemeetkunde* verdwijnt per 2007 uit het wiskunde B-programma. Elementen van dit vak zijn geschikt als keuzeonderwerp voor wiskunde D. Materiaal hiervoor zal worden samengesteld en vormt een deelverzameling van het hieronder beschreven domein ruimtemeetkunde 2 uit het schoolmodel.
- *Optimaliseren* is een keuzeonderwerp dat veel ruimte biedt voor het maken van modellen en grafische weergaven. Dit onderwerp lijkt uitermate geschikt voor het werken aan praktijkproblemen vanuit een wiskundig perspectief. Behalve problemen in één variabele kunnen ook situaties met meerdere dimensies aan de orde komen, zoals transportproblemen, lineair programmeren (mogelijk met ICT-gereedschap) en de relatie met matrices (bijvoorbeeld met een spreadsheet). Op termijn (2010) kan dit onderwerp een vaste plek verwerven in het havo wiskunde D-programma.

Het schoolmodel

Voor scholen die bijvoorbeeld door de geografische ligging geen samenwerking met een HBO-instelling kunnen of willen realiseren, geeft fig. 3 als alternatief het zogeheten *schoolmodel*. Het verschil met het samenwerkingsmodel is dat het domein Wiskunde in technologie is vervangen door Ruimtemeetkunde 2. Voor het overige is dit programma gelijk aan dat van het samenwerkingsmodel.



figuur 3. Wiskunde D havo schoolmodel

Ruimtemeetkunde 2

Ruimtemeetkunde 2 vormt een vervolg op de ruimtemeetkunde binnen wiskunde B. Behalve onderdelen uit wiskunde B12 die in wiskunde B geen plaats hebben gekregen, komen hier uitbreidingen aan de orde uit de analytische meetkunde met coördinaten en vectoren. Bronnen daarvoor zijn ruimschoots voorhanden in programma's van voor 1998. Een samenhangende domeininvulling voor Ruimtemeetkunde 2 zal worden ontworpen.

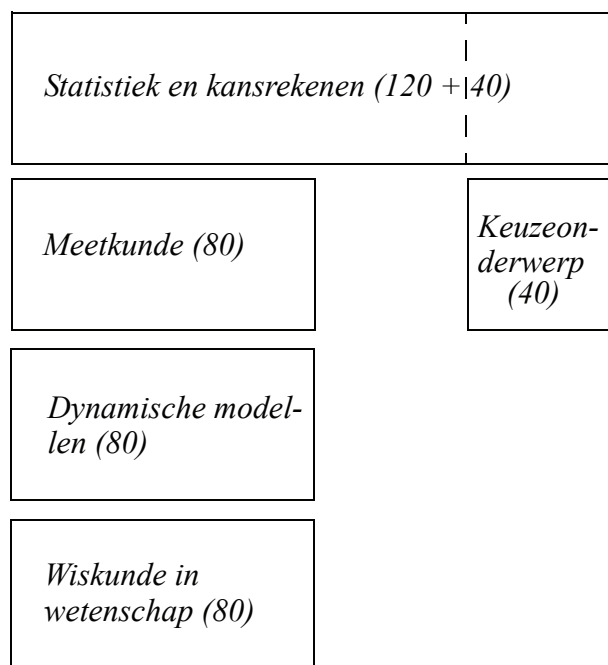
Wiskunde D vwo

Wiskunde D brengt bij vwo-leerlingen meer diepgang aan in de opgebouwde kennis, waardoor ook het inzicht in en de reflectie op werkwijze en nut van wiskundige vaardigheden verbetert. De commissie cTWO stelt een programma voor met een kern rond meetkunde, analyse van dynamische processen en statistiek en kansrekening. De verdieping zit met name in de meetkunde waarbij de commissie analytische aspecten wil betrekken. De dynamische modellen vormen een verbreding op het analyse-B-programma die aansluit bij onderwerpen in de exacte vakken. Daarnaast is er ruimte voor een domein waarin de rol van wiskunde als en in wetenschap centraal staat. Het keuzeonderwerp biedt mogelijkheden voor verdere verbreding en verdieping en voor inspelen op actuele ontwikkelingen of nieuwe toepassingen.

Scholen kunnen het programma op twee verschillende manieren realiseren. De voorkeur van de commissie gaat uit naar het zogeheten samenwerkingsmodel, waarin samenwerking met het hoger onderwijs een structurele plaats heeft. Voor scholen die dit niet kunnen of willen realiseren, vormt het zogeheten schoolmodel een alternatief. De keuze voor één van deze twee modellen wordt op schoolniveau gemaakt. Voor beide standaardarrangementen zullen tijdig domeinbeschrijvingen en lesmateriaal beschikbaar komen.

Het samenwerkingsmodel

In fig. 4 staat de uitwerking van de standaardinvulling van wiskunde D voor het vwo, het zogeheten *samenwerkingsmodel*. De hierin genoemde slu-aantallen geven de omvang van de verschillende domeinen globaal aan.



figuur 4. Wiskunde D vwo samenwerkingsmodel

Statistiek en kansrekenen

Het domein Statistiek en kansrekenen is een standaardonderwerp voor een vak dat verdieping en verbreding in de wiskunde nastreeft. Bovendien blijkt het een belangrijke wens van universitaire vervolgoopleidingen als geneeskunde en technische studies. Voor dit domein zijn er voldoende

bronnen om het direct in de schoolpraktijk uit te voeren.

Het domein Statistiek en kansrekenen heeft een omvang van 160 slv, waardoor het volledige wiskunde A-programma (van 200 slv) kan worden behandeld. Vanwege de in wiskunde B opgebouwde vaardigheden moet 160 slv voor deze leerlingen voldoende zijn. De school kan dit domein dus realiseren door een gecombineerd aanbod van het volledige A-programma rond statistiek en kansrekening voor zowel wiskunde A- als wiskunde D-leerlingen.

Hoewel deze invulling voordelen heeft voor de organiseerbaarheid binnen de school, biedt ze geen mogelijkheden voor differentiatie tussen de A- en de D-leerling. Om die toch mogelijk te maken, heeft de school de mogelijkheid (maar dus niet de plicht) om een deel van het domein (bijvoorbeeld met een omvang van 40 slv) het karakter van een profielspecifieke verdieping te geven. Dit is gesymboliseerd door de stippellijn in fig. 4. Bij een profielspecifieke invulling valt te denken aan meer theoretische achtergronden van kansmodellen of een onderwerp als wachttijden. Met name kunnen hierbij dwarsverbanden met de analyse worden gelegd.

Voorbeelden van dergelijke profielspecifieke verdiepingsdelen zullen worden ontwikkeld. Realisatie van deze profilering in de school vraagt wel om extra docententijd.

Overigens zal het domein Statistiek en kansrekenen ook interessant zijn voor NG-leerlingen met wiskunde B als profielkeuzevak; zij kunnen het domein in de vrije ruimte kiezen.

Meetkunde

In dit domein wordt begonnen met de analytische aanpak van meetkunde, waarbij ook coördinaten in meerdere dimensies aan de orde komen. Punten, lijnen en vlakken worden gealgebraïseerd. Vervolgens wordt aansluiting gezocht met het meetkundeprogramma uit wiskunde B door invulling met kegelsneden en andere onderwerpen uit wiskunde B1 en B1,2 die niet meer in het wiskunde B programma van 2007 voorkomen.

De analytische benadering van meetkundige problemen, zoals geïntroduceerd door Descartes, is in de zeventiende eeuw een doorbraak geweest voor het vak wiskunde. Zowel inzicht in als ervaring met de analytische methode is essentieel in het gebruik van wiskunde in een meetkundige context. Het is tevens een belangrijk toepassings- en trainingsgebied voor algebra en algebraïsch modelleren, zoals het aanbrengen van een coördinatenstelsel, het kiezen van onbekenden en het opstellen van vergelijkingen.

De commissie draagt er zorg voor dat al voor 2007 voorbeeldmateriaal op dit terrein beschreven is voor de analytische meetkunde en voor de aansluiting bij het bestaande materiaal van wiskunde B, zodat scholen al vanaf dat moment met een alternatieve invulling kunnen experimenteren.

Dynamische modellen

De analyse van dynamische processen leent zich bij uitstek voor het inzetten van wiskunde bij onderwerpen uit de andere exacte vakken. Het redeneren over dynamische systemen speelt bij die vakken een belangrijke rol. Dit domein zal worden afgestemd met de inhoud van het vak NL&T. Het domein kent drie invalshoeken. Ten eerste die van het modelleren van dynamische systemen. Leerlingen kunnen met behulp van de computer kwantitatieve en kwalitatieve aspecten van modelleren ervaren. Het gebruik van grafische interfaces maakt het mogelijk om leerlingen modellen te laten bouwen en kritisch te leren omgaan met de uitvoer en de aard van de weergegeven verbanden.

Een tweede invalshoek is die van iteratieve discrete dynamische modellen. Bij de invulling hiervan kunnen elementen van het wiskunde A-domein Discrete Dynamische Modellen en van het geschrapte wiskunde B-domein Voortgezette Analyse als inspiratiebron dienen. Theoretisch gereedschap voor het analyseren van recursieve betrekkingen worden ontwikkeld. Algebraïsche vaardigheden zijn hierbij onmisbaar en worden dan ook uitgediept.

De derde invalshoek is die van de continue dynamische modellen en differentiaalvergelijkingen.

Hierbij wordt het geschrapte wiskunde B1,2 domein Continue Dynamische Modellen gebruikt. Verschillende typen differentiaalvergelijkingen worden opgesteld en numeriek dan wel analytisch opgelost. Ook hier spelen algebraïsche technieken een rol van betekenis.

Wiskunde in wetenschap

Het domein Wiskunde in wetenschap is nieuw. Het beoogt leerlingen zicht te geven op wiskunde als wetenschap en op de manier waarop wiskunde binnen exacte wetenschappen functioneert. Het gaat hierbij niet alleen om de wiskundige resultaten, maar ook om het proces van het bedrijven van wetenschap. Wiskunde in wetenschap wordt vormgegeven in nauwe samenwerking met universiteiten, wat de term ‘samenwerkingsmodel’ verklaart. Een dergelijke samenwerking bevordert de doorlopende leerlijn van vo naar ho en komt niet alleen de kwaliteit en actualiteit van de inhoud ten goede, maar heeft ook een positief effect op de doorstroming. Met het oog hierop zullen binnen universiteiten steunpunten wiskunde D worden ingesteld, die worden gefaciliteerd.

De invulling van dit domein wordt in overleg met de regionale WO-instelling vastgesteld. Te denken valt aan een masterclass rond een uitdagend en voor deze doelgroep relevant onderwerp, die in samenwerking met de universiteit wordt ontwikkeld en/of uitgevoerd. Een tweede component van dit domein is een onderzoeksopdracht die onderzoeksmatige vaardigheden vraagt en gericht is op een wetenschappelijke denkmethode. Zo mogelijk worden toekomstige studenten van exacte studierichtingen hiervoor tijdens de vervolgstudie gecompenseerd. Behalve met universiteiten wordt ook samenwerking met onderzoeksinstellingen uit het bedrijfsleven aanbevolen. Daarnaast is het wenselijk dat universiteiten modules aanbieden in een vorm die zich leent voor afstandsonderwijs.

Keuzeonderwerp

Het keuzeonderwerp heeft een wiskundig-inhoudelijke karakter. Het geeft scholen, docenten en leerlingen de mogelijkheid een eigen invulling voor wiskunde D te kiezen. Met die vrijheid kan worden ingespeeld op actuele ontwikkelingen in de wiskunde, in andere exacte vakken en in het beroepsonderwijs. De onderwerpen kunnen aansluiten bij de vaste domeinen om zo voor extra verdieping te zorgen, maar kunnen ook nieuwe perspectieven naast het kernprogramma vormen. Voorbeelden zijn vectorrekening, numerieke methoden, getaltheorie, complexe getallen, perspectief, projectiemethoden en cartografie, geschiedenis van de wiskunde en wachttijden (als verdieping van de kansrekening).

Onderwerpen, lesmateriaal en ervaringen zullen worden digitaal verzameld en verspreid. Gedacht wordt aan zebraboekjes en aan materiaal dat door het hoger onderwijs is ontwikkeld.

Een keuzeonderwerp kan gecombineerd voor wiskunde D en NLT worden aangeboden. Voorbeeldonderwerpen die zich hiervoor lenen zijn cryptografie en mathematische fysica. Scholen kunnen zo combinaties creëren die het aanbieden van het vak financieel en organisatorisch haalbaar maken.

Het schoolmodel

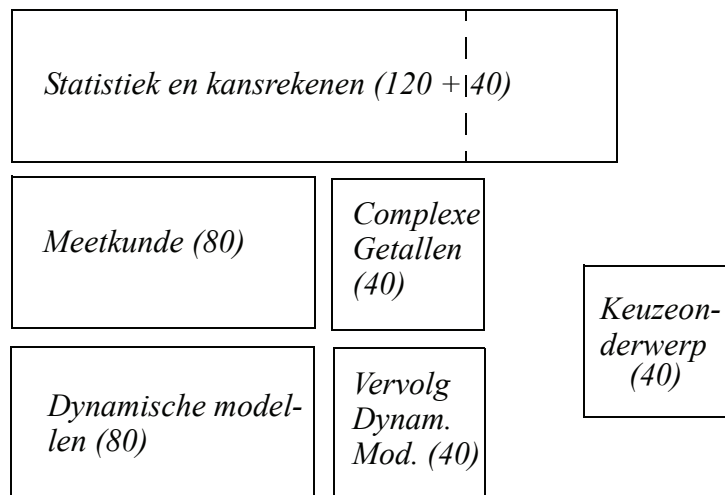
Voor scholen die bijvoorbeeld door de geografische ligging geen samenwerking met een universiteit kunnen of willen realiseren, geeft fig. 5 als alternatief het zogeheten *schoolmodel*. Het verschil met het samenwerkingsmodel is dat het domein Wiskunde in wetenschap is opgesplitst in een domein Complexe getallen en een verdieping Dynamische modellen. Voor het overige is dit programma gelijk aan dat van het samenwerkingsmodel.

Complexe getallen

Zowel vanuit vervolgoopleidingen als door docenten bij veldraadplegingen is gepleit voor het onderwerp complexe getallen. In fig. 5 is het naast de meetkunde geplaatst om te benadrukken dat het aanbeveling verdient om complexe getallen ook in een meetkundige context te behandelen.

Verdieping Dynamische modellen

Het domein Dynamisch modellen kan op verschillende manieren een verdieping krijgen. Bijvoorbeeld kan dieper worden ingegaan op het oplossen van verschillende typen differentiaalvergelijkingen. Ook kunnen iteratieve processen nader worden bestudeerd, of kunnen numerieke benaderingen onderwerp van studie zijn.



figuur 5. Wiskunde D vwo schoolmodel

Wiskunde D in de schoolpraktijk

Fasering van wiskunde D

De vraag is op welke manier wiskunde D in de leerjaren wordt gepositioneerd. Daarbij spelen verschillende overwegingen een rol. Om leerlingen gelegenheid te geven hun profielkeuze zo laat mogelijk te maken, ligt het voor de hand om pas in vwo-5 en halverwege havo-4 van havo met wiskunde D te beginnen. Als men leerlingen in een vroeg stadium kennis wil laten maken met ‘de geest van wiskunde D’ is juist een start aan het begin van klas 4 passend. Het voordeel van deze laatste optie is dat de studielast van wiskunde D beter over de jaren wordt gespreid. Het nadeel is echter dat bij wiskunde D minder kan worden voortgebouwd op voorkennis uit wiskunde B.

Vanzelfsprekend laat cTWO deze keuze aan de scholen, door wiskunde D zodanig vorm te geven dat alle opties worden opgehouden. Dat betekent dat voldoende (sub-)domeinen van wiskunde D in klas 4 onderwijsbaar zijn. In concreto komt dit erop neer dat voor havo in klas 4 begonnen kan worden met het domein Statistiek en kansrekenen (behalve de eventuele verdiepingsmodule) en met het subdomein Evenredigheden uit Toegepaste Analyse 2. Voor vwo kan in klas 4 eveneens begonnen worden met Statistiek en kansrekenen. Daarnaast kan het eerste deel van het domein Dynamische modellen, Dynamische systemen, worden onderwezen, evenals het eerste deel van de Meetkunde.

Voor sommige domeinen geldt dat ze in geval van kleine leerlingenaantallen tweemaal kunnen worden aangeboden. In verband met de samenwerking met instellingen voor hoger onderwijs kan het aanbeveling verdienen om wiskunde D in blokken te roosteren en bijvoorbeeld op een vaste middag te plannen.

Toetsing

Uiteraard vormt het schoolexamen wiskunde D een verantwoordelijke taak voor de school. Enerzijds moet de school helder zijn over inhoud, omvang en niveau van het vak. Anderzijds betekent dit ook dat externen de resultaten moeten kunnen beoordelen om op die manier de kwaliteit te waarborgen.

Hierbij zijn verschillende scenario's denkbaar. Scholen kunnen in samenwerking met het regionale steunpunt wiskunde D een netwerk opzetten waarin toetsen worden uitgewisseld of gecombineerd, of waarin docenten of onderzoekers als externe deskundige bij het beoordelen van toetsen worden betrokken. Ook is het denkbaar dat cTWO of de NVvW een toetsenbank opzet.